

Nom :

Prénom :

Examen de model checking

EPITA ING2 CSI/SCIA 2010 S4; A. DURET-LUTZ, A. HAMEZ, A. LINARD

Durée : 1 heure 30

Juillet 2009

Consignes

- Tous les documents sur papier sont autorisés (livres, notes de cours, photocopiés...), ainsi que les salières.
Les calculatrices, téléphones, PSP et autres engins électroniques ne le sont pas.
- Répondez sur le sujet dans les cadres prévus à cet effet.
- **Dans les QCM, une absence de réponse sera préférée à une réponse erronée.** Vous avez le droit de faire quelques erreurs, mais s'il y a en trop vous aurez des points en moins.
- Il y a 6 pages. Rappelez votre nom en haut de chaque feuille au cas où elles se mélangeraient.
- Le barème est indicatif et correspond à une note sur 31, plus 1 point bonus.

1 Stutter-Invariance (13 points)

Dans toute cette section, on considère des séquences d'exécution étiquetées par les propositions a et b , c'est-à-dire des ω -mots sur $2^{\{a,b\}}$.

Intuitivement, une propriété *stutter-invariant* est une propriété insensible au bégaiement des exécutions.

Par exemple la formule LTL $a \mathbf{U} b$ est une propriété *stutter-invariant* car dans n'importe quelle séquence d'exécution qui la vérifie (par exemple $a\bar{b} \cdot a\bar{b} \cdot \bar{a}b \cdot ab \cdot ab \cdot ab \dots$) on peut répéter n'importe quels états et obtenir une séquence (comme $a\bar{b} \cdot a\bar{b} \cdot a\bar{b} \cdot \bar{a}b \cdot \bar{a}b \cdot ab \cdot ab \cdot ab \dots$) qui vérifiera elle aussi la propriété.

À l'inverse, la formule LTL $a \wedge \mathbf{X} b$ n'est pas *stutter-invariant*. En effet elle est vérifiée par $a\bar{b} \cdot \bar{a}b \cdot ab \dots$ mais pas par $a\bar{b} \cdot a\bar{b} \cdot \bar{a}b \cdot ab \dots$.

Plus formellement, étant donné un ω -mot $w = w_0 \cdot w_1 \cdot w_2 \dots$ et une fonction $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}^+$ notons

$$w[f] = w_0^{f(0)} \cdot w_1^{f(1)} \cdot w_2^{f(2)} \dots$$

avec la convention que w_i^n désigne la concaténation de n copies de w_i .

Un langage L est dit *stutter-invariant* si pour tout mot w et toute fonction $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}^+$, on a

$$w \in L \iff w[f] \in L$$

Une formule LTL est dite *stutter-invariant* si le langage des mots qu'elle reconnaît est *stutter-invariant*.

Enfin un mot w est *stutter-free* si pour tout $i \geq 0$, $w_i \neq w_{i+1}$, ou bien $w_i = w_j$ pour tout $j > i$.

1. (1,5 points) Les mots suivants sont-ils *stutter free* ?

- $ab \cdot \bar{a}b \cdot \bar{a}\bar{b} \cdot \bar{a}\bar{b} \cdot \bar{a}\bar{b} \cdot \bar{a}\bar{b} \dots$

☐ oui

☐ non

- $ab \cdot a\bar{b} \cdot a\bar{b} \cdot ab \cdot ab \dots$

☐ oui

☐ non

– $ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \dots$

☐ oui

☐ non

2. (4 points) Les formules LTL suivantes sont elles *stutter-invariant* ?

– a

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{G} a$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{XG} a$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{F}(a \vee \mathbf{G} b)$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{G}(a \rightarrow \mathbf{F} b)$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{GF}(a \rightarrow \mathbf{GF} b)$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{G}(a \rightarrow \mathbf{X} b)$

☐ oui

☐ non

– $\mathbf{FX} b$

☐ oui

☐ non

3. (4,5 points) Le langage

$L = \{w \in (2^{\{a,b\}})^\omega \mid \text{la sous-séquence } ab \cdot \bar{a}\bar{b} \text{ apparaît un nombre pair de fois dans } w\}$

est-il :

– rationnel ?

☐ oui

☐ non

– ω -rationnel ?

☐ oui

☐ non

– stutter-invariant ?

☐ oui

☐ non

– reconnaissable par une formule LTL ?

☐ oui

☐ non

Si oui, laquelle ?

Réponse :

– reconnaissable par un automate de Büchi (généralisé ou non) ?

☐ oui

☐ non

Si oui, lequel ?

Réponse :

4. (3 points) Pour un langage L , notons $SF(L) = \{w \in L \mid w \text{ est } \textit{stutter-free}\}$ l'ensemble des mots *stutter-free* de L .
- Soient L et L' deux langages *stutter-invariant*. Est-il correct de dire que $L = L'$ si et seulement si ces deux langages possèdent les même mots *stutter-free*? Justifiez votre réponse.

Réponse :

- Soient L et L' deux langages quelconques. Est-il correct de dire que $L = L'$ si et seulement si ces deux langages possèdent les même mots *stutter-free*? Justifiez votre réponse.

Réponse :

2 Traduction de LTL (8 points)

1. (6 points) Dessinez un automate de Büchi (étiqueté sur états ou transitions, généralisé au non) reconnaissant la formule LTL $(a \mathbf{U} b) \mathbf{U}(c \mathbf{U} a)$. On ne vous demande pas de justification, mais on vous conseille de le construire au brouillon avec une approche par tableau.

Réponse :

2. (2 points) L'automate construit ci-dessus possède normalement plusieurs conditions d'acceptation. Sont-elles toutes utiles? Est-il possible de se limiter à une seule condition d'acceptation sans rajouter d'états? (Dans l'affirmative, dessinez le nouvel automate.)

Réponse :

3 Simplification de formules LTL (5 points)

Considérons une formule LTL du type $\alpha \wedge \beta$ où α et β sont deux sous-formules LTL.

Si l'on sait montrer que $\alpha \implies \beta$ alors la formule $\alpha \wedge \beta$ peut être réécrite simplement α .

Par exemple la formule $(\mathbf{G} a) \wedge (\mathbf{X} a)$ peut-être simplifiée en $\mathbf{G} a$, car on a $(\mathbf{G} a) \implies (\mathbf{X} a)$.

- **(2 points)** Supposez que l'on vous demande d'écrire un algorithme de simplification de formules LTL implémentant ce type de réécritures. Étant donné deux sous-formules α et β , comment feriez-vous pour tester si $\alpha \implies \beta$? (Indice : pensez à ce que cela signifie au niveau des langages, et comment cela peut-être testé avec des automates.)

Réponse :

- **(1 point)** Supposez que vous ayez prouvé que $\alpha \implies \beta$. Comment simplifieriez-vous la formule LTL $\alpha \mathbf{U} \beta$?

Réponse :

– (2 points) Quelle condition sur α et β faut-il pour avoir le droit de simplifier $\alpha \mathbf{U} \beta$ en $\mathbf{F} \beta$?

Réponse :

4 BDD (5 points)

Dessinez un BDD (réduit et ordonné) représentant la formule $(a \vee b) \wedge (c \vee d) \wedge (a \vee d)$. Pour ordonner les variables, vous choisirez l'ordre alphabétique.

Réponse :

5 Un peu de sel dans ce partiel (1 point bonus)

Question bonus pour ceux qui ne sont pas venus en cours, ou qui sont ici par hasard.

Lors d'un pique-nique sur la plage de l'Aquaboulevard, Damien a renversé le contenu d'une salière sur le sable. Décrivez un procédé permettant de séparer le sel du sable. Les réponses utilisant les outils théoriques du cours seront préférées à celles utilisant des notions de physique-chimie vues en 5^e.

Réponse :